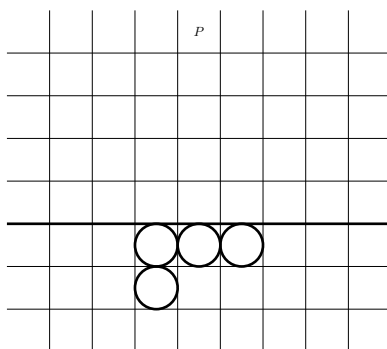


Opgaver til 'Matematik og Dam'

Jonas Lindstrøm Jensen, (jonas@imf.au.dk)

25. oktober 2011

Opgave 1. *Betragt opstillingen:*



1. *Hvad er vægten i den opstillingen, hvis vægtene er som i figur 3 i noterne?*
2. *Hvordan ændrer vægten sig i løbet af de tre træk, det kræver at komme to felter op?*

Opgave 2. *Bevis at*

$$1 + x^2 + x^4 + \dots = \frac{1}{1 - x^2}.$$

Opgave 3. *Lad a, b være to tal således at $\frac{a}{b} = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ – dvs det Gyldne snit.*

1. *Vis at $b^2 = a^2 - ab$. (Hint: Hvilken ligning er $\frac{a}{b}$ rod i?)*
2. *Vis at $\frac{b}{a+b} = \frac{a}{b}$.*

Opgave 4. *Fibonaccitallene (Leonardo Fibonacci (1170–1250), også kendt som Leonardo af Pisa) f_1, f_2, \dots er defineret ved at $f_1 = 0, f_2 = 1$ og $f_n = f_{n-2} + f_{n-1}$ for $n > 2$.*

1. *Find f_3, f_4, \dots, f_{10} .*
2. *Beregn $\frac{f_3}{f_4}, \frac{f_4}{f_5}, \dots, \frac{f_9}{f_{10}}$. Hvilket tal ser det ud som om, at disse tal nærmer sig?*
3. *Bevis at $\frac{f_{n-1}}{f_n}$ nærmer sig dit gæt, når $n \rightarrow \infty$. (Hint: Hvilken ligning skal dette tal være en løsning til?)*

Opgave 5. *Hvordan viser opgave 3, at $\phi = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ikke kan skrives som en brøk af hele tal?*